Eine systematische Lösung für das „Bridge Riddle“

Mit Kombinatorik lässt sich die Lösung für das „Bridge-Riddle“ systematisch herleiten. Das ist eindeutiger als simples Probieren und anschaulicher als eine rein formale Lösung (Algebra o.ä).

Im bekannten „Bridge-Riddle“ sollen vier Personen unter erschwerten Bedingungen und möglichst rasch eine Brücke überqueren:

- Die Brücke trägt max. 2 Personen gleichzeitig;
- Es ist Nacht – die Querung der Brücke ist nur mit einer Fackel möglich. Es ist nur eine Fackel vorhanden, sie muss also hin und her wandern;
- Wenn 2 Personen gleichzeitig unterwegs sind, gehen sie nur so schnell wie die langsamere;
- Die vier Personen brauchen folgenden Zeiten in [min] für das Überqueren d. Brücke: 1, 2, 5, 10.

Üblicherweise wird die kürzest mögliche Zeit angegeben (X min), in der alle vier Personen die Brücke unter den formulierten Bedingungen überqueren können. Die Aufgabe lautet: „Welches ist die Reihenfolge, um die Zeit X zu erreichen?“

Verallgemeinerung der Aufgabenstellung

Eine teilweise Verallgemeinerung des Problems fordert die Ermittlung der absolut kürzest möglichen Zeit zur Überquerung der Brücke (ohne Kenntnis dieser Zeit). Die Aufgabe lässt sich mit Kombinatorik lösen. Der Aufwand hierfür steigt mit der Anzahl involvierter Personen überproportional. Für vier Personen hält er sich aber in Grenzen.

Darüber hinaus existieren allgemeine Lösungsalgorhythmen für beliebige Parameter (Anzahl Personen, Zeiten etc.) - vgl. die Referenzen.

Schritt 1: Parameter und Prozess

Um erfolgreich zu sein, müssen offensichtlich folgende Parameter minimiert werden:

- Anzahl Querungen (Minimale Anzahl = 5);
- „Verlorene“ Zeit auf dem Hinweg und Rückweg.

Die Querungen lassen sich als Prozess darstellen: im Minimum drei Hin- und zwei Rückwege.

Schritt 2: Pärchen und deren Zeiten

Im Folgenden wird Kombinatorik verstanden als das Bilden von (vollständigen) Variantenbäumen und dem Ausschliessen von Varianten aufgrund logischer Überlegungen oder relativer Vergleiche (Priorisierung). In diesem Sinne könnte sie als "systematisches probieren" bezeichnet werden.

Die Personen erhalten ihre Querungszeit als Identifikation-Nummer. Es gibt 6 mögliche Kombinationen A bis F, wobei 1+2 sowie 5+10 das beste Verhältnis von verlorener Zeit zu massgebender Zeit aufweisen.

Schritt 3: Kombinationen für die Hinwege

Es gibt 41 mögliche Kombinationen, wovon nur fünf möglich sind, weil bei allen anderen entweder eine Person fehlt (~~XYZ~~) oder eine langsame Person 2 mal hinüber geht (~~XYZ~~). AAF ist mit 14 Min. erste Wahl.

Schritt 4: Hinwege und Rückwege kombinieren

Von den verbleibenden drei Varianten AAF, AFA und FAA ist einzig AFA möglich, wobei die beiden Rückwege vertauscht werden können. Der Zeitbedarf beträgt 17 Min. ABC etc. erübrigen sich also.

1) Prozess [Anzahl Personen]

Querung	Start	Weg	Ziel
Nr. 0	4		0
Nr. 1	2	2 >	2
Nr. 2	3	< 1	1
Nr. 3	1	2 >	3
Nr. 4	2	< 1	2
Nr. 5	0	2 >	4

2) Pärchen und Zeiten [Minuten]

Komb.		massg.	verl.	Verh.
A	**1 + 2**	2	-1	**- 0.5**
B	1 + 5	5	-4	- 0.8
C	1 +10	10	-9	- 0.9
D	2 + 5	5	-3	- 0.6
E	2 +10	10	-8	- 0.8
F	**5 +10**	10	-5	**- 0.5**

3) Variantenbaum Hinwege

~~AAA bis FFF~~

~~AAB bis AAE~~

AAF 14 Min.

~~BBC bis BBF~~ ~~CCD bis CCF~~

~~DDE und DDF~~ ~~EEF~~

4) Variantenbaum für Hin- und Rückweg

Start	Weg	Ziel	Zeit
1 2 5 10	1 2 >	1 2	2
	< 1		1
1 5 10	5 10 >	2 5 10	10
	< 2		2
1 2	1 2 >	1 2 5 10	2

ABC 17 Min. ~~ABD~~

ABE 17 Min. ~~ABF~~

ACD 17 Min. ~~ACE~~ ~~ACF~~

ADE 17 Min. ~~ADF~~ ~~AEF~~

~~BCD~~ ~~BCE~~ ~~BCF~~ ~~BDE~~ ~~BDF~~ ~~BEF~~

~~CDE~~ ~~CDF~~ ~~CEF~~ ~~DEF~~

Referenzen

Rote, Günter (2002): Crossing the bridge at night. Freie Universität Berlin, Institut für Informatik. zeigt die algebraische Lösung und überblickt frühere Arbeiten.

Backhouse, Roland (2008): Capacity C Torch Problem. University of Nottingham. reduziert die Aufgabe auf ein Problem zur Berechnung des kürzesten Weges.

Variantenbaum eine langsame Person geht 2 mal hinüber

Weg																		
hin >	A 1+2: 3*3*2=18 Möglichkeiten																	
< zurück	1									2								
hin >	B 1+5			C 1+10			F 5+10			D 2+5			E 2+10			F 5+10		
< zurück	1	2	5	1	2	10	2	5	10	1	2	5	1	2	10	1	5	10
hin >	C 1+10	E 2+10		B 1+5	D 2+5		A 1+2			C 1+10	E 2+10		B 1+5	D 2+5		F 1+2		
Zeit	**19 Min.**	**20 Min.**		**19 Min.**	**20 Min.**		**17 Min.**			**20 Min.**	**21 Min.**		**20 Min.**	**21 Min.**		**17 Min.**		
Komb.	**ABC**	**ABE**		**ABC**	**ACD**		**AFA**			**ACD**	**ADE**		**ABE**	**ADE**		**AFA**		

hin >	B 1+5: 3*3*2=18 Möglichkeiten																	
< zurück	1									5								
hin >	A 1+2			C 1+10			E 2+10											
< zurück	1	2	5	1	5	10	2	5	10									
hin >	C 1+10	E 2+10		A 1+2			A 1+2											
Zeit	**19 Min.**	**20 Min.**		**19 Min.**			**20 Min.**											
Komb.	**ABC**	**ABE**		**ABC**			**ABE**											

hin >	C 1+10: 3*3*2=18 Möglichkeiten																	
< zurück	1									10								
hin >	A 1+2			B 1+5			D 2+5											
< zurück	1	2	10	1	5	10	2	5	10									
hin >	B 1+5	D 2+5		A 1+2			A 1+2											
Zeit	**19 Min.**	**20 Min.**		**19 Min.**			**20 Min.**											
Komb.	**ABC**	**ACD**		**ABC**			**ACD**											

hin >	D 2+5: 3*3*2=18 Möglichkeiten																	
< zurück	2									5								
hin >	A 1+2			C 1+10			E 2+10											
< zurück	1	2	5	1	5	10	2	5	10									
hin >	C 1+10	E 2+10		A 1+2			A 1+2											
Zeit	**20 Min.**	**21 Min.**		**20 Min.**			**21 Min.**											
Komb.	**ACD**	**ADE**		**ACD**			**ADE**											

hin >	E 2+10: 3*3*2=18 Möglichkeiten																	
< zurück	2									10								
hin >	A 1+2			B 1+5			D 2+5											
< zurück	1	2	10	1	5	10	2	5	10									
hin >	B 1+5	D 2+5		A 1+2			A 1+2											
Zeit	**20 Min.**	**21 Min.**		**20 Min.**			**21 Min.**											
Komb.	**ABE**	**ADE**		**ABE**			**ADE**											

F 5+10: 3*3*2=18 Möglichkeiten																	
5									10								

Total 108 Möglichkeiten davon 26 grundsätzlich funktionierende 5 Typen können unterschieden werden: AAF, ABC, ABE, ACD, ADE